

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
– ETAPA LOCALĂ –
08.02.2026
CLASA a VII- a

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete.
- Timpul efectiv de lucru este de trei ore.

Subiectul I (20 puncte)

În triunghiul ABC , $AB < AC$, semidreapta BD este bisectoarea unghiului ABC , $D \in AC$ și AM este mediană cu $M \in BC$. Prin M se duce paralela MN la latura AB , $N \in AC$, care se intersectează cu BD în P și prin N se duce paralela NQ la AM , $Q \in BC$. Arătați că $MP = 2QC$.

Subiectul II (20 puncte)

Determinați $a \in \mathbb{N}$ astfel încât

$$\sqrt{\frac{2025a - 2026}{2023a - 2024}} \in \mathbb{N}.$$

Subiectul III (25 puncte)

Se consideră mulțimea: $A = \left\{ \frac{\sqrt{5}-\sqrt{1}}{\sqrt{1 \cdot 5}}, \frac{\sqrt{9}-\sqrt{5}}{\sqrt{5 \cdot 9}}, \frac{\sqrt{13}-\sqrt{9}}{\sqrt{9 \cdot 13}}, \dots, \frac{\sqrt{2025}-\sqrt{2021}}{\sqrt{2021 \cdot 2025}} \right\}$.

- a) Să se calculeze suma elementelor din mulțimea A .
- b) Arătați că suma elementelor oricărei submulțimi nevide a lui A nu este un număr natural.

Subiectul IV (25 puncte)

Fie pătratul $ABCD$. Notăm cu M simetricul punctului B față de punctul C . Pe semidreapta $[CA$ se consideră punctul N astfel încât $A \in (CN)$ și $\angle NMB = 30^\circ$. Dreapta MN intersectează pe AD în P și pe BD în Q . Demonstrați că $BP = BQ$.